

Bemerkungen zum Arbeitsabstand in der Makrofotografie

Franco Laeri

30. Dezember 2020

Bei Arbeiten im Makrobereich kommt es immer wieder vor, dass man meint, die Welt sei verhext. Wie man sich auch anstellt, es will sich das Bild einfach nicht scharf stellen lassen. Aber was macht man denn falsch? Man hat nicht beachtet, dass „Makro“ nicht „beliebig nah“ bedeutet. In der Tat, um eine scharfe, reelle Abbildung zu erhalten gilt:

Zu jeder Objektivbrennweite gibt es einen Arbeitsabstand, der nicht unterschritten werden darf.

Wie groß ist dieser >minimale Arbeitsabstand<? Diese Frage kann ausreichend exakt mit Hilfe des Modells der >Geometrischen Optik< geklärt werden. Die Geometrische Optik ist ein physikalisches Modell, das im achsennahen Bereich erlaubt, die Propagation mit genäherten, einfachen Gleichungen und Vorstellungen zu beschreiben: Der Energietransport erfolgt durch Strahlen, die man sich grafisch als Geraden vorstellen kann. Eine Linse denkt man sich als ein sehr dünnes Blatt Σ , welches die gesamte Brechkraft der Linse enthält (blau schattiert). Jeder Bildpunkt ist Ursprung eines Bündels von Strahlen, die den Punkt in allen Richtungen verlassen. In diesem Bündel gibt es drei ausgezeichnete Strahlen, deren Verlauf durch die Linse ohne Berechnungen vorausgesagt werden kann.

1. Ein einfallender achsenparalleler Strahl verläuft hinter der Linse durch den Brennpunkt F . In der Tat definieren diese Strahlen die Lage des Brennpunktes F und damit die Brennweite f einer Linse.
2. Der gerade Verlauf eines einfallenden Strahls, der das Linsenzentrum H trifft, wird durch die Linse nicht verändert. Dieser Strahl heisst >Hauptstrahl<.
3. Ein einfallender Strahl, der den vorderen Brennpunkt berührt, verläuft hinter der Linse parallel zu der Achse. Das ist offensichtlich die Spiegelung von Eigenschaft 1.

Diese Verhältnisse illustriert Abbildung 1. Nach unserem Empfinden, das durch die Schreibrichtung geprägt ist, laufen auf einer Grafik die Ereignisse von links nach rechts ab. Entsprechend denkt man sich die Einfallsrichtung der optischen Strahlen von links nach rechts. Aus der Symmetrie der Eigenschaften 1 bis 3 sieht man aber, dass der umgekehrte Verlauf genau so möglich wäre. Es gilt also: Der optische Strahlenverlauf

ist umkehrbar. Die Unterscheidung >Gegenstand< und >Bild< ist im Grunde genommen künstlich und beschreibt lediglich eine bestimmte, praktische Situation. Diese besteht in unserem Fall in einem Diapositiv als Gegenstand und dem Kamerasensor an der Stelle des Bildes.

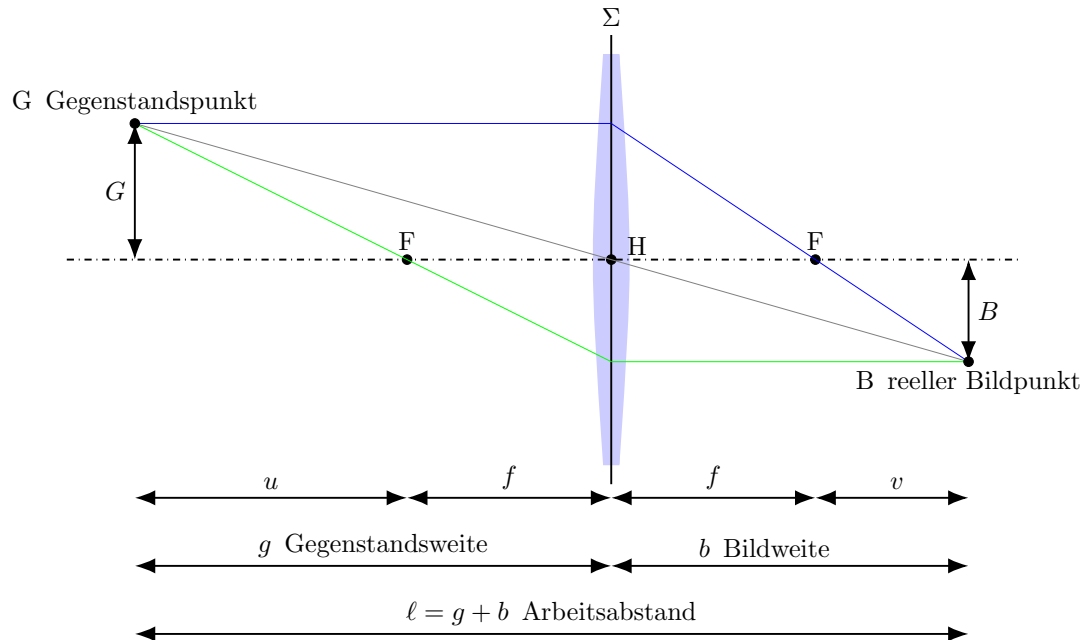


Abbildung 1: Die Abbildung aus Sicht der >Geometrischen Optik<. Der Punkt F bezeichnet den Brennpunkt, auch Fokus genannt. Eine Linse hat zwei Fokuse, einen vorderen und einen hinteren. Entsprechend bezeichnet der Abstand f die Brennweite oder Fokalweite. Die Abstände G , respektive B repräsentieren die Größe des Gegenstandes, bzw. seines Bildes.

Minimaler Arbeitsabstand

Aus der Geometrie dieser Abbildung lässt sich die Newtonsche Abbildungsgleichung herleiten

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad . \quad (1)$$

Die Formel besagt folgendes: Wenn wir mit einem Fotoapparat mit Objektiv der Brennweite f einen Gegenstand im Abstand g fotografieren, dann ist der Abstand des Bildsensors zum Objektiv gegeben und gemäß dieser Formel einzustellen. Außerdem erkennen wir in dieser Formel wieder die Vertauschbarkeit von g und b .

Anhand der geometrischen Konstruktion in Abbildung 1 oder der Gleichung (1) ist erkennbar, dass der Arbeitsabstand ℓ zunimmt, je weiter sich der Gegenstandspunkt G von der Linse entfernt. Umgekehrt vergrößert sich die Bildweite b und damit der Ar-

beitsabstand ℓ , je näher der Gegenstand an den Brennpunkt F rückt.

NB: Liegt der Gegenstand zwischen dem Fokuspunkt F und der Linse, entsteht kein reelles Bild mehr. Die Konstruktion zeigt, dass der Schnittpunkt B der besonderen Strahlen 1–3 auf der gleichen Seite liegt, wie der Gegenstandspunkt G. Es handelt sich um ein virtuelles Bild, das zudem größer erscheint als der Gegenstand - Die Linse arbeitet als Lupe.

Zurück zum Problem: Zwischen dem Bild weit rechts und dem Gegenstand weit links, was beides einen großen Arbeitsabstand bedeutet, muss irgendwo dazwischen ein minimaler Arbeitsabstand liegen. Wegen der Symmetrie der Strahlengänge 1 – 3 müsste dieses Minimum vermutlich bei $g = b$ liegen. Wenn wir das in (1) einsetzen, erhalten wir

$$g = b = 2f, \quad \text{bzw.} \quad \ell = 4f. \quad (2)$$

Das ist vorerst mal eine Vermutung, die auf der grafischen Interpretation der Strahlenkonstruktion in Abbildung 1 beruht. Lässt sich das mathematisch belegen?

Also: Formel (1) enthält 2 Variablen, g und b , und eine Zahl f , die für die Brennweite des eingesetzten Objektivs steht, alsobekannt und fix ist. Uns interessiert der Arbeitsabstand $\ell = g + b$. Wir brauchen also einen Ausdruck, der ℓ in Abhängigkeit eines Abstandes, sei es g oder b , zeigt. Dazu transferieren wir ℓ in die Formel (1), indem wir damit z. B. b ersetzen durch $b = \ell - g$ und erhalten

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{\ell - g} \quad (3)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{\ell}{g(\ell - g)} \quad (4)$$

Das lösen wir nun nach ℓ auf und erhalten die gewünschte Funktion $\ell = \ell(g)$:

$$f\ell = g(\ell - g) \quad (5)$$

$$= g\ell - g^2 \quad (6)$$

$$\ell(g) = \frac{g^2}{g - f} \quad (7)$$

Das Minimum der Funktion $\ell(g)$ erhalten wir, indem wir diese grafisch auswerten. Standardmäßig und bequemer finden wir das Minimum durch Ableiten von $\ell(g)$ und Nullsetzen der Ableitung:

$$\frac{d\ell(g)}{dg} = 0 = \frac{d}{dg} \left(\frac{g^2}{g - f} \right) \quad (8)$$

nach Quotientenregel:

$$0 = \frac{2g(g - f) - g^2}{(g - f)^2} \quad (9)$$

$$0 = \frac{g(g - 2f)}{(g - f)^2} \quad (10)$$

Der Bruch (10) ist Null, wenn der Zähler Null ist. Da der Gegenstandsabstand g sinnvollerweise nicht Null ist, muss die Klammer $(g - 2f)$ Null sein, also ist

$$g = 2f \quad \text{eingesetzt in (1) folgt} \quad (11)$$

$$b = 2f \quad \text{also} \quad (12)$$

$$\ell = 4f \quad (13)$$

womit die Vermutung bewiesen ist.

Wir haben nun über verschiedene Überlegungen herausgefunden, dass der minimale Arbeitsabstand ℓ vier Brennweiten f beträgt. Fotografieren wir mit einem Makroobjektiv der Brennweite $f = 55$ mm, so darf der Arbeitsabstand $\ell = 220$ mm nicht unterschritten werden. Wir kommen weiter unten noch darauf zurück. Vorher wollen noch kurz den Abbildungsmaßstab betrachten.

Abbildungsmaßstab

Der Abbildungsmaßstab x ergibt sich aus dem Vergleich der Gegenstandsgröße G mit der Bildgröße B . Wie Abbildung 1 illustriert, gilt für den Strahl 2 der Strahlensatz

$$x = \frac{G}{B} = \frac{g}{b}. \quad (14)$$

Wenn daher beim minimalen Arbeitsabstand $g = b = 2f$ ist, dann beträgt der Abbildungsmaßstab $x = 1$, das Bild ist also gleich groß wie der Gegenstand.

Wir haben hier x so definiert, dass es zu den Angaben auf dem Fokusring der meisten Makroobjektive passt. Wie dort, bezeichnet hier x den Faktor, um den der Gegenstand größer ist als das Bild auf dem Kamerasensor. Lösen wir nun (14) nach g auf und setzen $g = bx$ in die Abbildungsgleichung (1) ein, so erhalten wir

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{bx} + \frac{1}{b} = \frac{1+x}{bx} \quad (15)$$

$$bx = f(x+1) \quad (16)$$

$$b = f + \frac{f}{x} = f + v \quad (\text{vgl. Abb. 1}) \quad (17)$$

Also:

$$v = \frac{f}{x} \quad (18)$$

Entsprechende Rechnung für g ergibt

$$u = fx \quad (19)$$

Die Abstände u , v zwischen dem Fokus F und dem Gegenstand, bzw. dem Bild, sind direkt mit dem Abbildungsmaßstab x verknüpft, wobei die Brennweite f die Skala definiert. Damit lässt sich nun der Arbeitsabstand ℓ eines Objektivs der Brennweite f als Funktion des Abbildungsmaßstabs x darstellen:

$$\ell = fx + f + f + f/x = f(2 + x + 1/x). \quad (20)$$

Geometrische Optik realer Objektive – Praktische Aspekte

Ein real existierendes Objektiv, wie z. B. das Micro-Nikkor 55 mm 1:2,8 mit seinem sechslinsigen Aufbau (vgl. Abbildung 2) kann sicher nicht mit gutem Gewissen als dünne Linse betrachtet werden. Natürlich wäre es wünschenswert, mit einfachen, plausiblen

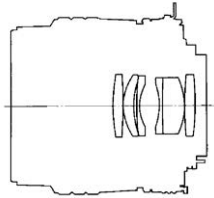


Abbildung 2: Aufbau des Micro-Nikkors 55 mm 1:2,8. (Bildquelle: Nikon-Bedienungsanleitung)

Betrachtungen und Formeln auch für reale Objektive eine fotografische Situation planen zu können. Mit einem kleinen Trick gelingt es, die oben dargestellten Betrachtungen auf den Fall realer Objektive zu übertragen. Wir erinnern uns: Eine Linse wird als dünnes Blatt Σ gedacht, in dem die ganze Brechkraft der Linse konzentriert verteilt ist; vgl. Abbildung 1. Der Trick besteht nun darin, dieses Linsenblatt Σ in der Mitte zu spalten. Man erhält so zwei „Halb-Blätter“, die in Abbildung 3 als >Hauptebenen< Σ und Σ' bezeichnet werden und durch einen Abstand d getrennt sind.

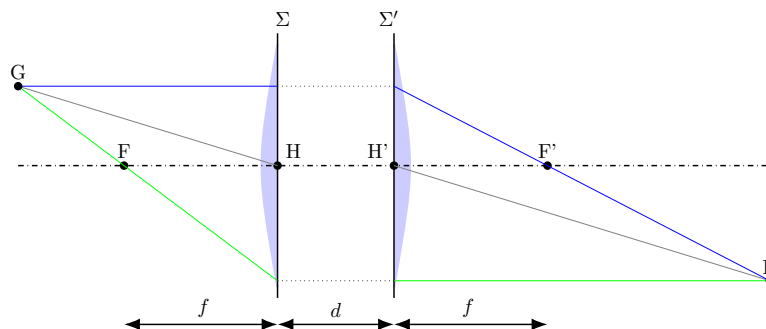


Abbildung 3: Modellierung eines Objektives in der geometrischen Optik. Die Brechkraft des Objektives denkt man sich nun in einem System bestehend aus zwei Hauptebenen enthalten, eine dem Gegenstand zugewandte Σ und eine dem Bild zugewandte Σ' , die durch eine Art „Niemandsländ“ der Weite d separiert sind. Der Strahlenverlauf links und rechts der Hauptebenen erfolgt nach den Regeln 1 – 3. Man denkt sich demnach die Abbildung 1 entlang Σ aufgeschnitten und um den Abstand d verschoben wieder zusammengeklebt. Demnach vergrößert sich der Arbeitsabstand ℓ um die „Objektivdicke“ d .

Man darf sich dabei aber nicht vorstellen, dass je eine Hauptebene die Hälfte der Objektivbrechkraft trägt! Man müsste dann ja den Strahlenverlauf dazwischen konstruieren. Nein, der Transfer der Strahlen zwischen den Hauptebenen erfolgt per Definition parallel zur Achse. Ein Strahl der im Abstand r auf die Hauptebene Σ trifft, verlässt das Objektiv bei Hauptebene Σ' im gleichen Abstand r . In diesem Sinne muss das Gebilde $(\Sigma-d-\Sigma)$ als ein Surrogat aufgefasst werden, das die Komplexität eines optischen Systems auf die für die Praxis wesentlichen Aspekte reduziert.

Wie findet man die Lage der Hauptebenen? Dazu müsste man die Konstruktion des Objektivs kennen. Alternativ können wir die Lage experimentell bestimmen. Als erstes bestimmt man die Lage der Brennpunkte F und F' , indem ein „unendlich“ weit entfernter Gegenstand einmal von der Gegenstandsseite und dann von der Bildseite abgebildet wird. Bei einem realen Objektiv ist klar, wo die Gegenstandsseite und wo die Bild(Sensor-)seite liegt. In Abbildung 3 ist links die Gegenstandsseite und rechts die Bildseite dargestellt. In einem zweiten Schritt wird ein näher liegender Gegenstand abgebildet, in Abbildung 3 G . Wir schicken nun in Gedanken, bzw. in einer Zeichnung von G aus einen ersten Strahl parallel zur Achse in Richtung Objektiv, in Abbildung 3 blau gezeichnet. Dieser Strahl verlässt das Objektiv in Richtung bildseitigem Brennpunkt F' ; Nun zielen wir von G aus einen zweiten Strahl auf den gegenstandsseitigen Brennpunkt F , in Abbildung 3 grün gezeichnet, in Richtung Objektiv. Hinter dem Objektiv schneiden sich die beiden Strahlen im Bildpunkt B . Wenn nun die Punkte F , F' und G lokalisiert sind, kann die Lage der Hauptebenen nach Abbildung 3 konstruiert werden und damit ist auch der Abstand d ermittelt.

Praktisch kann dieser Abstand auch einfach mit dem Zollstock ermittelt werden, z. B. so: Man bildet ein ebenes Objekt scharf ab, bestimmt den Abbildungsmaßstab x und berechnet daraus den Arbeitsabstand nach (20). Zusätzlich misst man den Arbeitsabstand mit einem Zollstock. Jede Kamera trägt zu diesem Zweck eine Marke mit der Lage der Sensorebene. Die Differenz aus gemessenem minus berechnetem Abstand ist die gesuchte „Objektivdicke“ d .



Abbildung 4: Optischer Aufbau des AF-S Micro-Nikkor 105 mm 1:2,8G ED; gelb: Linse aus ED-Glas. (Bildquelle: Nikon-Verkaufsprospekt)

Fotografiert man mit modernen Autofokusobjektiven längerer Brennweite, wie z. B. dem AF-S Micro-Nikkor 105 mm 1:2,8G ED, kommt man ins grübeln, was den Arbeitsabstand ℓ betrifft: Ich habe mit diesem Objektiv beim Abbildungsmaßstab $x = 1$ einen Arbeitsabstand von $\ell = 316$ mm gemessen. Da bei Abbildungsmaßstab $x = 1$ der

Arbeitsabstand $\ell = 4f + d$ beträgt, kann die Brennweite höchstens $316/4 = 79$ mm betragen. Außerdem stellt man fest, dass der Scheitel der Frontlinse nur 160 mm vom Sensor entfernt ist. Beide Fakten zusammen bedeuten, dass die bildseitige Hauptebene in der Frontlinse liegen muss und die angegebene Brennweite von 105 mm beim Abbildungsmaßstab 1:1 auf weniger als 79 mm schrumpft.

Die Andeutung einer Erklärung findet man in den technischen Daten des Objektivs und in Abbildung 4. Der optische Aufbau des Objektivs gliedert sich klar in zwei Teile, Systeme. Das linke System kann unschwer als Telekonstruktion bestehend aus der vorderen Linsengruppe mit Sammelfunktion, gefolgt von einer Linsengruppe mit Zerstreufunktion identifiziert werden. Bestimmungsgemäß verschiebt dieses System die Hauptebenen über die Frontlinse hinaus zum Gegenstand hin. Der rechte Teil der Konstruktion muss die Elemente für die Bildstabilisierung beherbergen und die Fokussierung integrieren. Letzteres wird im rechten System wie in einer Zoom-Konstruktion gelöst, d. h. die Brennweite wird dem Abbildungsmaßstab entsprechend angepasst. Das führt dazu, dass die Nominalbrennweite, hier 105 mm, nur bei der Unendlicheinstellung gilt. Da sich die äußere Baulänge des Objektivs beim Fokussieren in die Nähe nicht ändert, verkürzt sich eben die Brennweite. In der Summe ist dies ein gängiges Konzept, wie ein Objektiv mit Innenfokussierung konstruiert werden kann. Der Aufwand mit insgesamt 14 Linsen ist dem großen Distanzbereich von ∞ bis Maßstab 1:1 geschuldet.

Bei Arbeiten im Nahbereich muss daher die Konstruktion des Objektivs mitbedacht werden. Objektive mit klassischer Fokussierung, bei denen der ganze Linsenstapel verschoben wird, behalten die angegebene Brennweite auch im Nahbereich bei. Bei Objektiven mit Innenfokussierung hingegen, muss im Nahbereich mit zum Teil größeren Abweichungen der angegebenen Brennweite gerechnet werden.

Bei klassisch fokussierenden Objektiven wird oft mit Zwischenringen der Nahbereich erweitert, was z. B. mit dem PK-13-Ring beim Micro-Nikkor 55 mm 1:2,8 gut funktioniert. Von Zwischenringen bei innenfokussierten Objektiven ist aber eher abzuraten. Damit würden diese Objektive außerhalb des Bereichs eingesetzt, für den die Konstruktion optimiert wurde und sichtbare Bildfehler sind dann sehr wahrscheinlich.

■